

GEO5

Méthode des éléments finis (MEF) : Introduction

Résumé

L'objectif de ce cahier technique est d'expliquer les concepts de base et l'utilisation pratique du programme GEO5-MEF afin de résoudre certains problèmes géotechniques.

ATTENTION : Dans ce document, l'utilisateur sera guidé à travers toutes les étapes de définition et d'analyse d'un projet géotechnique, dans un contexte établi par l'auteur. L'utilisateur doit être informé que les réglages de l'analyse (onglet « Paramètres ») sont de sa responsabilité et doivent être vérifiés/adaptés avant de commencer tout nouveau projet.

1 Introduction

Le programme GEO5-MEF permet de modéliser différents types de problèmes et de produire les analyses découlant de leurs résolutions. Le présent document illustre plus en détail les concepts élémentaires et les procédures générales - chacun des modules de calcul sera ensuite décrit dans les cahiers techniques suivants.

2 Les étapes de modélisation

2.1 Paramétrage

2.1.1 Géométrie de l'étude

La **géométrie de l'étude** définit le type de problème, le programme GEO5-MEF distingue deux cas élémentaires :

1. les problèmes présentant une **géométrie plane** : ce module d'analyse permet d'évaluer des structures telles que les tunnels, les remblais, les coupures, les barrages, etc., *i.e.* les structures dont la dimension longitudinale est d'un ordre de grandeur plus grand que les dimensions latérales de la zone à évaluer.

Dans un tel cas, les déformations dans des plans parallèles à l'axe longitudinal de la structure peuvent être négligées, il convient donc d'appliquer le calcul aux structures (en ne considérant qu'un tronçon d'un mètre) et de résoudre le problème sous l'hypothèse de déformation plane. Par conséquent, dans le massif, on ne considère que l'apparition de déformations et de contraintes dans un plan perpendiculaire à l'axe longitudinal et, du fait de la contraction transversale, la contrainte normale dans la direction de l'axe longitudinal. Dans le cas des éléments de poutre, il s'agit de la résolution d'une bande plate dont la largeur de la section mesure 1 m (l'aide du programme (touche F1) fournit de plus amples informations sur ce point).

2. les problèmes présentant une **symétrie axiale** : ce module d'analyse convient à la résolution de problèmes à symétrie de révolution. Cette hypothèse doit être satisfaite à la fois par la disposition géométrique de la structure et par le chargement. Les cas tels que l'analyse d'un pieu unique chargé verticalement, d'une excavation circulaire ou du le pompage de l'eau souterraine à partir d'un forage circulaire sont ici particulièrement représentatifs.

Comme dans le cas du problème en déformation plane, il s'agit généralement d'un problème tridimensionnel, qui, cependant, peut à nouveau se ramener à un problème plan. La solution est alors calculée pour 1 rad de longueur de l'arc du rayon $x(r)$. L'axe de symétrie représente toujours l'origine de la coordonnée $x(r)$. Les composantes de cisaillement de la déformation dans le sens de rotation peuvent être négligées. L'évolution de la composante normale circonferentielle de la contrainte et de la déformation est également prise en compte, en plus des composantes de contrainte et de déformation dans le plan de la coupe (l'aide du programme (touche F1) fournit de plus amples informations sur ce point).

2.1.2 Analyses

Du point de vue du **type d'analyse** (de **calcul**), le programme met à disposition différents modules qui permettent de résoudre les problèmes suivants :

1. **État de contraintes** : il s'utilise pour résoudre des problèmes géotechniques de base dans un environnement de sol et un massif rocheux (par exemple pour déterminer la contrainte géostatique verticale ou horizontale, la pression interstitielle, les déformations, les variations volumétriques et les déformations de sous-sol, ainsi que pour calculer les forces internes sur la longueur de la structure de palplanches, etc.)
2. **Écoulement permanent** : pour ce type de calcul, on suppose que le degré de saturation ne varie pas au cours du temps, les différentes phases de construction sont complètement indépendantes les unes des autres (par opposition à un écoulement transitoire).

3. **Écoulement transitoire** : ce module de calcul permet de déterminer l'évolution des pressions interstitielles (hauteur de pression) et le degré réel de saturation au fil du temps. Dans ce cas, la méthodologie de calcul est similaire à l'analyse des contraintes.
4. **Stabilité des pentes** : lors de l'analyse, le programme réduit les valeurs saisies de l'angle de frottement interne φ_{ef} ou de la cohésion du sol c_{ef} et recherche l'apparition de rupture associée à l'évolution d'une région critique de déformation plastique localisée. Le résultat est le coefficient de sécurité correspondant aux méthodes classiques d'analyse de la stabilité des pentes. La définition et la saisie d'un tel modèle sont similaires à celles du module « État de contraintes ».
5. **Tunnels** : ce module permet de réaliser l'analyse d'une excavation souterraine (modélisation des efforts sur le front de taille du tunnel selon la nouvelle méthode autrichienne de tunnelage), en y intégrant la dégradation des poutres, les charges induites par la température agissant sur les poutres, les charges induites par gonflement agissant dans des régions spécifiées ; il permet aussi de réaliser le suivi des résultats.
6. **Consolidation** : ce module permet d'effectuer une analyse du tassement en fonction du temps sous les fondations, les remblais et les charges de surface (surcharges). L'analyse couplée fournit l'évolution des déplacements, des contraintes, des déformations, des zones plastiques, de la distribution de la pression interstitielle, de la nappe phréatique et du débit d'eau à travers le modèle pour une charge externe donnée et des conditions aux limites mécaniques et hydrauliques fixées par l'utilisateur.

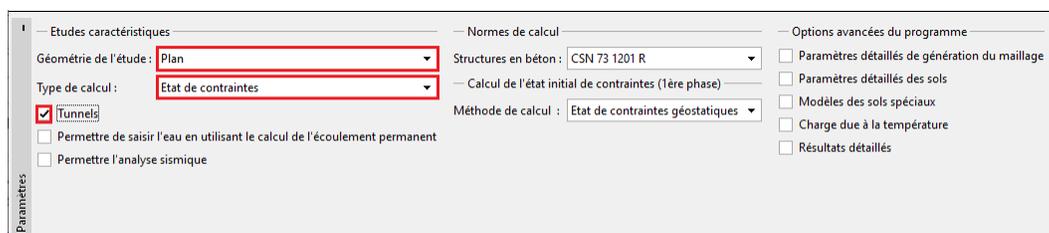


FIGURE 1 – Cadre « Paramètres »

Remarques :

1. le programme GEO5 - MEF propose aussi des options dites avancées, grâce auxquelles l'utilisateur peut définir plus en détail les paramètres complémentaires des sols pour modéliser au mieux chaque matériau, développer des maillages mixtes avec des éléments multi-nodaux et visualiser un nombre plus grand des variables de sortie
2. le paramétrage standard suppose des conditions aux limites drainées. Dans un tel cas, l'analyse fait l'hypothèse de conditions de régime permanent, dans lesquelles la déformation du squelette n'a aucune influence sur le développement des pressions interstitielles. Les pressions n'ont que le caractère de charges externes et ne varient pas au cours de l'analyse. Dans le cas de conditions non drainées, où toute la limite du domaine donné se comporte comme étant totalement imperméable, on résout le problème contraire, c'est-à-dire le problème entièrement couplé des déformations du squelette et des pressions interstitielles sous l'hypothèse que tous les changements sont immédiats et l'influence du temps ne prend pas effet.

2.2 Paramétrage de la première phase de construction : état de contrainte initial

La première phase de construction est dédiée au calcul de l'état de contraintes initial, le programme propose deux méthodes :

1. la **contrainte géostatique** : la méthode standard pour l'analyse de la contrainte géostatique verticale est basée sur la relation suivante :

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \text{ [kPa]}$$

où γ_i est la densité apparente du sol dans la couche i et h_i l'épaisseur de cette même couche.

2. la **procédure K_0** : cette méthode est utilisée dans les cas où l'utilisateur doit définir une autre *contrainte latérale initiale*. Par exemple, la contrainte latérale réelle dans les sols surconsolidés peut être significativement plus élevée que dans les sols normalement consolidés (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1). Le coefficient de pression latérale K_0 est défini comme paramètre du sol. Si ce paramètre n'est pas spécifié, la relation suivante permet de le calculer :

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

où ν est le coefficient de Poisson.

Les paramètres d'entrée des sols dépendent également du modèle de matériau sélectionné pour l'analyse des contraintes ou de l'écoulement. Les plus importants pour l'analyse des contraintes sont le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν (à préciser pour tous les modèles), et pour les modèles non linéaires, l'angle de frottement interne φ_{ef} et la cohésion du sol c_{ef} . L'état d'équilibre après la redistribution des pressions interstitielles est supposé dans le programme et les *paramètres effectifs* de résistance au cisaillement des sols ou des roches sont donc utilisés lors de l'analyse (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

Le choix du modèle de matériau et le réglage ultérieur des paramètres de sol font partie des tâches les plus importantes et en même temps les plus problématiques lors de la modélisation par la méthode des éléments finis d'une structure. Les modèles de matériaux tentent de décrire de manière fiable le comportement du sol ou de la roche. Ils peuvent être divisés en deux groupes de base, à savoir les modèles linéaires et non linéaires.

Remarque : le choix correct du modèle de matériau est essentiel pour représenter fidèlement le comportement réel de la structure. Des modèles non linéaires sont nécessaires pour calculer la plupart des structures (par exemple, le calcul d'une structure de palplanches avec un modèle de sol linéaire donnera des résultats complètement irréalistes), mais dans de nombreux cas, l'utilisation de modèles linéaires peut être très appropriée et simplifie l'ensemble du calcul. La procédure recommandée et simplifiée pour la modélisation des tâches à l'aide de la méthode des éléments finis est donnée dans l'aide du programme (pour plus d'informations, consultez l'Aide - F1).

Les modèles linéaires fournissent une évaluation relativement rapide mais peu précise du comportement réel du matériau. Ils peuvent être utilisés dans les cas où nous ne sommes intéressés que par la contrainte ou la déformation du massif et non par la zone et le mode de la rupture potentielle. Ils peuvent également être utilisés dans les cas où seule une rupture locale se développe, n'ayant pas d'influence fondamentale sur le développement d'une rupture globale, mais qui peut entraîner l'arrêt prématuré de l'analyse dans le programme (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

Le groupe des modèles linéaires comprend :

1. **modèle élastique** : il est basé sur la relation liant la contrainte et la déformation donnée par la loi de Hooke (dans le cadre de l'élasticité linéaire)
2. **modèle élastique modifié** : il permet d'intégrer l'influence du chargement ou du déchargement des surcharge dans le calcul, en utilisant le module sécant E_{def} et le module de déchargement/rechargement E_{ur} .

Cependant, si nous essayons d'obtenir une description réaliste du comportement du massif ou si nous nous intéressons à la distribution des zones de rupture potentielles, il est nécessaire d'adopter des modèles non linéaires. Les modèles non linéaires de base peuvent à nouveau être divisés en deux groupes.

Le premier groupe de modèles est basé sur la condition classique de rupture de Coulomb, il comprend :

1. le modèle de **Drucker-Prager**
2. le modèle de **Mohr-Coulomb**
3. le modèle de **Mohr-Coulomb modifié**.

Ces modèles permettent également de modéliser le durcissement ou le ramollissement des sols. Une caractéristique commune à ces modèles réside dans la déformation élastique illimitée sous l'hypothèse d'une contrainte géostatique (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

Le deuxième groupe de modèles de matériaux, basé sur la notion d'état critique du sol, est représenté par :

1. le modèle **Cam-Clay modifié**
2. le modèle de **Cam-Clay généralisé**
3. le modèle **hypoplastique des argiles**.

Ces modèles fournissent une image nettement meilleure de la réponse non linéaire du sol aux charges externes. Les modèles de matériaux diffèrent non seulement par leurs paramètres, mais également par les hypothèses sous-jacentes formulées.

La frontière entre la réponse linéaire (élastique) et non linéaire (plastique) du matériau est formée par la surface de plasticité. L'expression mathématique de la surface de plasticité représente une certaine condition de rupture (fonction de plasticité). Le dépassement de cette condition conduit au développement de déformations plastiques permanentes (irréversibles).

Remarque : outre les paramètres élémentaires de matériaux adoptés pour les modèles linéaires, les modèles non linéaires nécessitent l'introduction de certaines caractéristiques liées à la résistance des sols, qui sont nécessaires pour la formulation des limites de plasticité. Le début de l'évolution d'une déformation plastique dépend de la valeur de l'angle de frottement interne φ et de cohésion c . L'angle de dilatance ψ contrôle l'amplitude de la déformation volumétrique plastique (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

Le choix d'un modèle de matériau approprié pour le calcul des structures géotechniques est régi principalement par la nature du sol ou de l'environnement rocheux. Dans un processus de modélisation complète basée sur la méthode des éléments finis de problèmes plus complexes, le choix du modèle numérique présente une influence prépondérante sur la spécification des données d'entrée et l'évaluation des résultats de l'analyse.

2.3 Travailler avec les interfaces, les dimensions du modèle

La description du travail de spécification des interfaces est présentée de manière plus détaillée dans l'aide du programme (voir F1). Les données d'entrée nécessaires aux calculs par la méthode des éléments finis sont les coordonnées de l'espace de travail (spécifiant l'étendue de la zone à étudier) ; où il convient, notamment pour les analyses de stabilité, de prévoir un environnement suffisant (la largeur d'interface) pour obtenir des résultats significatifs.

Remarques :

1. *la profondeur du maillage en éléments finis est également très importante. La partie inférieure du maillage peut être vue comme un sous-sol incompressible. Si le sous-sol incompressible n'est pas spécifié pour le profil géologique particulier, il est possible de supposer que les efforts internes s'annulent à une certaine distance du point de chargement ou du contact de la structure avec le sous-sol ; aucune déformation ne s'y développera donc. Les limites de l'espace de travail du problème sont ensuite définies par cette distance (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1)*

2. *L'interface peut être importée à partir d'autres programmes du système GEO5 à l'aide du presse-papiers. Le programme permet en outre l'importation et l'exportation d'interfaces au format DXF et l'importation d'interfaces au format gINT. Pour simplifier la spécification des points d'interface (géométrie), il est possible d'utiliser le correcteur d'interface (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).*

2.4 Génération du maillage

La génération réussie d'un maillage est la dernière étape du processus de définition de la topologie de la structure (interfaces entre les couches de sol, lignes de structures, paramètres des sols et des roches, contacts, etc.). Les phases de construction sont modélisées et analysées par la suite. Lors de la génération du maillage, le programme génère également automatiquement les conditions aux limites standards. Le réglage standard des conditions aux limites donnent :

- des appuis linéiques non glissants pour les nœuds du maillage sur le bord horizontal inférieur
- des appuis linéiques coulissants dans les nœuds du maillage sur les bords verticaux gauche et droit.

Le programme GEO5 - MEF dispose d'un correcteur automatique intégré de géométrie, *i.e.* le programme trouve lui-même les intersections de lignes et toutes les zones fermées et développe un modèle adéquat avant la génération du maillage par éléments finis (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

Les zones nouvellement développées peuvent être ultérieurement supprimées de l'analyse ou de nouveaux sols peuvent leur être assignées. L'analyse des tunnels et des structures de soutènement donnera une démonstration éloquentes des principaux avantages de ce système. La spécification d'une structure très complexe devient un processus très simple et rapide (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

Un maillage par éléments finis correctement généré est la condition élémentaire pour obtenir des résultats concernant le comportement réel de la structure. Le programme GEO5-MEF dispose d'un générateur de maillage automatique intégré, ce qui simplifie considérablement cette tâche. Malgré cela, il convient de respecter certaines règles :

1. plus le maillage est fin (dense), plus les résultats sont précis. En revanche, l'analyse des problèmes devient beaucoup plus lente. L'objectif est donc de trouver la densité optimale du maillage. Cela dépend à la fois de l'expérience de l'utilisateur et du type d'éléments finis utilisés.
2. le maillage des éléments doit être suffisamment dense, en particulier dans une zone où l'on peut s'attendre à de grands gradients de contraintes (appui ponctuel, angles vifs, excavations souterraines, etc.). Il est nécessaire d'effectuer un raffinement du maillage autour de ces points ou de ces lignes. Le rayon d'affinement doit être au moins 3 à 5 fois plus grand que la densité au centre, et les deux valeurs (la densité et le rayon) doivent être dans une proportion raisonnable à la densité de maillage prescrite dans la région environnante. De cette façon, une transition en douceur entre les zones de différentes densités sera assurée.

Remarque : les lignes singulières doivent être traitées de la même manière. Dans les cas de problèmes plus complexes, il est conseillé de réaliser une analyse préliminaire à l'aide d'un maillage « grossier » et sur la base de l'analyse des résultats obtenus, de procéder à un raffinement local de la densité du maillage (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

Le programme utilise des éléments triangulaires à six nœuds avec un lissage automatique du maillage par défaut (pour plus de détails, visitez l'Aide - F1).

2.5 Phase de construction

Lorsque la spécification de la topologie de la structure et la génération du maillage par éléments finis sont terminées, les analyses sont ensuite effectuées pour chaque phase de construction. Les phases de construction correspondent à la construction progressive de la structure, la spécification et le séquençement de phases sont donc primordiaux. L'analyse de chaque phase (à l'exception des analyses de stabilité) est basée sur les **résultats de la précédente**. Les informations sur les objets de chaque construction et leurs propriétés sont conservées entre les étapes de construction. La règle d'héritage des propriétés est appliquée entre les phases de construction lorsqu'une étape est en cours de modification ou de spécification (pour plus de détails, consultez l'Aide-F1). La première phase de construction (**l'analyse de la contrainte géostatique primaire**) représente l'état initial du massif avant le début de la construction. Pour cette raison, le résultat de l'analyse se réfère à la contrainte dans le sol ou le massif rocheux, et non aux déformations.

Remarque : un des principaux problèmes de l'analyse par la méthode des éléments finis réside généralement dans la non-convergence à certaines phases de construction. Si les résultats pour une phase ne sont pas disponibles, l'analyse de l'étape suivante est impossible. Pour une modélisation correcte, les auteurs du programme recommandent de suivre la procédure recommandée pour la modélisation d'un processus de construction (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

2.6 Paramétrage du calcul et description

Au cours de l'analyse, le programme essaie de trouver (par itération) une solution pour laquelle les conditions d'équilibre dans le massif sont satisfaites selon les conditions aux limites spécifiées. Le processus itératif et la convergence de l'analyse peuvent être suivis à l'écran (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

Le calcul peut être interrompu à tout moment ; dans ce cas, les résultats sont disponibles pour la dernière étape de convergence réussie pour l'incrément de charge donné. Les résultats sont considérés comme corrects lorsque 100% de la charge est atteint. Néanmoins, il peut arriver que l'analyse n'atteigne qu'un certain pourcentage du chargement, ce qui signifie que le programme n'a pas réussi à trouver la bonne solution et que l'analyse ne converge pas (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1). Dans ce cas, il est possible de modifier le réglage des paramètres de l'analyse standard ou d'effectuer certaines modifications du modèle :

- augmenter la rigidité de la structure,
- réduire les charges appliquées,
- réduire la zone d'excavation du sol,
- améliorer les caractéristiques du sol,
- modifier le modèle de matériau des sols dans les zones de plasticité,
- ajouter des poutres de renforcement ou des éléments de tension,
- ajouter des conditions aux limites,
- modifier le déroulement de l'itération dans les paramètres de calcul (par exemple en augmentant le nombre d'itérations).

Remarque : la visualisation des déformations plastiques montrant les emplacements critiques avec le développement anticipé des surfaces de rupture peut vous indiquer pourquoi l'analyse ne converge pas (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

Le programme fournit un ensemble par défaut de paramètres d'analyse assurant une précision et une vitesse suffisantes. Cependant, un utilisateur expérimenté peut souhaiter modifier certains paramètres ou tester leur influence sur la précision de l'analyse (pour plus de détails, visitez Aide - F1).

Remarque : les auteurs du programme recommandent que tout changement dans le paramétrage du calcul soit abordé avec beaucoup de soin, après une étude approfondie des problèmes. Des paramètres mal sélectionnés peuvent non seulement entraîner une itération incorrecte de la solution et une analyse beaucoup plus lente, mais également des résultats inexacts (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).

La fenêtre « Paramètres » de l'étape de calcul permet de modifier les paramètres suivants :

- la **méthode de résolution** (et ses **paramètres**) :
 - méthode de Newton-Raphson - **MNR**
 - méthode de longueur d'arc - **MLA**
- la **matrice de rigidité** :
 - méthode de contrainte initiale
 - **MNR** complet ou modifié
- le **pas de calcul initial** : rapport entre la charge dans l'étape de chargement donnée et la charge globale prescrite (la valeur standard est de 25% de la charge globale)
- le **nombre maximum d'itérations** : pour atteindre l'équilibre pour l'incrément de chargement donné
- le **critère de convergence** : réglage de la tolérance d'erreur (changements de norme vectorielle) pour le déplacement, les forces en déséquilibre et l'énergie interne
- la **méthode « Line search »** : détermination du coefficient de pondération η pour satisfaire la condition d'équilibre, entraînant l'accélération ou l'amortissement du processus de calcul
- la **plasticité** : définition de la tolérance pour l'erreur de retour à la surface d'élasticité, exprimant la précision requise pour satisfaire la condition de déformation.

2.7 Visualisation et interprétation des résultats

La visualisation et l'interprétation des résultats est l'une des parties les plus importantes du programme. Le programme GEO5-MEF permet plusieurs types de base de sorties graphiques :

- dessin de la structure déformée
- représentation planaire des grandeurs dans le massif (soit total, soit par rapport à une autre phase de construction)
- efforts internes dans les poutres et sur les contacts
- forces dans les ancrages et réactions
- cuvette de tassement
- profil du plan sécant, vecteurs ou directions pour les grandeurs.

Remarques :

1. *le programme utilise certains systèmes de coordonnées pour la présentation des résultats. Toutes les sorties et les résultats sélectionnés peuvent être imprimés dans la note de calcul (pour plus de détails, consultez l'Aide - F1).*
2. *Certains résultats ne peuvent pas être tracés simultanément par nécessité de transparence et de compréhensibilité. Il est par exemple impossible de dessiner une structure déformée et, en même temps, la répartition des efforts internes le long d'une poutre. Il convient de ne choisir qu'une unique option. Si des combinaisons de sorties inadmissibles sont définies, le programme avertit l'utilisateur par un message en bas de la fenêtre de dialogue.*

Le programme rend possible la configuration d'une quantité arbitraire de points moniteurs et de lignes monitrices à tout point à l'intérieur ou à l'extérieur de la structure. Les moniteurs ont plusieurs fonctions :

- visualiser les valeurs de grandeurs en un point particulier (le point moniteur)
- visualiser les valeurs de la différence de la distance entre les points en comparaison avec phase précédente $\delta [N - 1]$ et la phase courante $\delta [N]$, où N est le numéro de la phase de construction courante (*la ligne monitrice*).

3 Liste des chapitres relatifs à la MEF

- Chapitre 20 : Méthode des éléments finis (MEF) - Introduction.
- Chapitre 21 : Analyse du tassement d'un terrain.
- Chapitre 22 : Tassement de la fondation d'un silo circulaire.
- Chapitre 23 : Analyse du revêtement d'un collecteur.
- Chapitre 24 : Solution numérique à une structure de soutènement.
- Chapitre 25 : Évaluation de la stabilité des pentes.
- Chapitre 26 : Modélisation numérique du creusement de tunnels en adoptant la méthode NATM.
- Chapitre 32 : Analyse des infiltrations en régime permanent - Barrage en terre.
- Chapitre 33 : Analyse des flux transitoires - Barrage en terre.
- Chapitre 34 : Régions élastiques (régions sans plasticité).
- Chapitre 35 : Régions sans réduction (stabilité des pentes par MEF).
- Chapitre 37 : Remblai - évolution temporelle du tassement (consolidation).
- Chapitre 48 : Tunnel creusé - analyse dynamique d'un séisme.