

Metoda konačnih elemenata (MKE) – Uvod

Cilj ovog inženjerskog priručnika je objasniti osnovne termine specifičnog polja struke i praktičnu primjenu GEO5 – MKE programa u rješavanju geotehničkih problema.

GEO5 – MKE program omogućuje modeliranje različitih tipova problema i proračuna. Tekst ispod detaljno objašnjava neke od osnovnih termina i procedura – individualni moduli proračuna su opisani u drugim poglavljima.

Pod **vrstom problema** GEO5 – MKE program raspoznaje dva osnovna slučaja:

- **planarni problem**: ovaj modul proračuna se koristi za rješavanje linearnih konstrukcija (tunel, nasip, otvoreni usjek, brana, itd.), čija je uzdužna dimenzija znatno veća od poprečnih dimenzija područja koje se rješava.

U takvim slučajevima, ispravno je postaviti proračun na 1 m od konstrukcije i riješiti problem *pod pretpostavkom ravninskih deformacija*. Deformacije u ravninama paralelnim uzdužnoj osi konstrukcije mogu se zanemariti u ovom slučaju. Stoga se razvoj deformacija i naprezanja u masivu uzima u obzir samo u ravnini okomitij na uzdužnu os, a kao rezultat bočne kontrakcije, također i normalno naprezanje u uzdužnom smjeru. Što se tiče grednih elemenata, radi se o slučaju rješavanja trake ploče širine 1m (za više detalja posjetite Pomoć – F1).

- **osna simetrija**: ovaj modul proračuna je prikladan za rješavanje problema s rotacijski simetričnim sustavima. Ova pretpostavka mora biti zadovoljena i za geometrijski raspored konstrukcije i za opterećenje. Primjer koji odgovara ovom proračunu je proračun vertikalno opterećenog pojedinačnog pilota, kružnog iskopa ili ispušavanja podzemnih voda iz kružne bušotine.

Slično kao u slučaju ravninske deformacije, ovdje se radi o općenito trodimenzionalnom problemu koji se, međutim, opet može svesti na rješenje ravninskog problema. Rješenje je tada povezano s $1/\text{rad}$ $x(r)$ radijusom luka. Os simetrije uvijek predstavlja ishodište koordinata $x(r)$. Posmične komponente deformacija u smjeru rotacije mogu se zanemariti. Uz komponente naprezanja i deformacija u poprečnom presjeku, uzima se u obzir i razvoj cirkularne normalne komponente naprezanja i deformacija (za više detalja posjetite Pomoć – F1).

S gledišta **vrste proračuna**, program omogućuje rješavanje sljedećih slučajeva korištenjem pojedinačnih modula:

- **Naprezanje:** služi za rješavanje osnovnih geotehničkih problema u tlu i stijenskom masivu (npr. za određivanje vertikalnog ili horizontalnog geostatičkog naprezanja, pornog pritiska, deformacija, volumetrijskih promjena i deformacija podloge, kao i za proračun unutarnjih sila po duljini zida dijafragme (visina) itd.).
- **Protok u stanju mirovanja:** pretpostavlja nultu promjenu stupnja zasićenja kroz vrijeme; pojedine faze izgradnje potpuno su neovisne jedna o drugoj (za razliku od protoka u stanju gibanja).
- **Protok u stanju gibanja:** ovaj modul proračuna omogućuje određivanje razvoja pornih pritisaka i trenutnog stupnja zasićenja kroz vrijeme. U ovom slučaju, metodologija proračuna je slična onoj za proračuna naprezanja.
- **Stabilnost kosine:** tijekom proračuna, ovaj program smanjuje ulazne vrijednosti kuta unutarnjeg trenja φ_{ef} ili kohezije tla c_{ef} te traži početak otkazivanja povezan s razvojem kritične zone lokalizirane plastične deformacije. Rezultat je faktor sigurnosti koji odgovara klasičnim metodama proračuna stabilnosti kosina. Definicija i unos modela u ovom režimu potpuno su identični s modulom "Naprezanje".
- **Tuneli:** ovaj modul omogućuje proračun podzemnog iskopa (modeliranje 3D učinka iskopa prema novoj austrijskoj metodologiji tuneliranja), uzimajući u obzir degradaciju greda, opterećenja uzrokovana temperaturom koja djeluju na grede, opterećenja uzrokovana oticanjem unutar specificiranih područja te praćenje rezultata.
- **Konsolidacija:** ovaj modul se koristi za proračun slijeganja temelja, nasipa i površinskih opterećenja (dodatna opterećenja) ovisno o vremenu. Spregnuti proračun omogućuje razvoj pomaka, naprezanja, deformacija, plastičnih zona, raspodjele pornih pritisaka, razine podzemnih voda i protoka vode kroz model za dano vanjsko opterećenje te mehaničke i hidrauličke granične uvjete.

Project parameters	Design standards	Advanced program options
Task geometry : Plane strain	Concrete structures : EN 1992-1-1 (EC2)	<input type="checkbox"/> Advanced mesh generating parameters
Analysis type : Stress	Calculation of geostatic stress (1st stage)	<input type="checkbox"/> Advanced soil parameters
<input checked="" type="checkbox"/> Tunnels	Analysis method : Geostatic stress	<input type="checkbox"/> Advanced soil models
<input type="checkbox"/> Allow to input water as the result of steady state water flow analysis		<input type="checkbox"/> Temperature load
		<input type="checkbox"/> Detailed results

Kartica "Settings"

Program GEO 5 – MKE uključuje mogućnost takozvane napredne specifikacije, gdje je moguće detaljnije definirati dodatne ulazne parametre tla za pojedine modele materijala, kako bi se razvile mješovite mreže s višečvornim elementima i vizualizirati veći broj izlaznih varijabli.

Napomena: Standardna postavka pretpostavlja drenirane granične uvjete. U takvim slučajevima, proračun pretpostavlja uvjete mirovanja, gdje deformacija skeleta nema utjecaj na razvoj pornih pritisaka. Pritisaci imaju samo karakter vanjskih opterećenja i ne variraju tijekom proračuna. U slučaju nedriniranih uvjeta, gdje cijela granica određenog područja djeluje kao potpuno nepropusna, rješava se suprotno, tj. potpuno spregnuti problem deformacija skeleta i pornih pritisaka pod pretpostavkom da su sve promjene trenutne i utjecaj vremena nema efekta.

Metoda određivanja inicijalnog naprezanja (1. faza gradnje) je pretpostavljena od strane programa kao:

- **Geostatičko naprezanje:** Standardna metoda za proračun vertikalnog geostatičkog naprezanja temelji se na sljedećem odnosu:

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \text{ [kPa]}$$

gdje: γ_i – gustoća tla u i-tom sloju,

h_i – debljina i-tog sloja.

- **K_0 procedura:** Koristi se u slučajevima kada korisnik treba definirati drugo početno bočno naprezanje. Na primjer, stvarno bočno naprezanje u prekomjerno konsolidiranim tlima može biti značajno veće nego u normalno konsolidiranim tlima (za više detalja posjetite Pomoć – F1). Koeficijent bočnog tlaka K_0 postavlja se kao parametar tla. Ako ovaj parametar nije specificiran, određuje se na sljedeći način:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

gdje: ν – Poissonov koeficijent.

Ulazni parametri tla također ovise o odabranom modelu materijala za proračun naprezanja ili protoka. Najvažniji ulazni parametri za proračun naprezanja uključuju modul elastičnosti E i

Poissonov koeficijent φ_{ef} (koji se mora specificirati za sve modele), dok za nelinearne modele uključuju kut unutarnjeg trenja φ_{ef} i koheziju tla c_{ef} . U programu se pretpostavlja stanje mirovanja nakon redistribucije pornih pritisaka, stoga se tijekom proračuna koriste efektivni parametri posmične čvrstoće tla ili stijena (za više detalja posjetite Pomoć – F1).

Odabir modela materijala i naknadno postavljanje parametara tla spadaju među najvažnije, a ujedno i najproblematičnije zadatke pri MKE modeliranju konstrukcije. Modeli materijala pokušavaju vjerodostojno opisati ponašanje tla ili stijene. Mogu se podijeliti u dvije osnovne skupine; **linearne** i **nelinearne** modele.

Napomena: Pravilna selekcija modela materijala apsolutno je nužna za dobivanje stvarne slike stvarnog ponašanja konstrukcije. Nelinearni modeli su potrebni za većinu konstrukcija (npr. Proračun zaganog zida uz korištenje linearnog modela tla dat će potpuno nerealne rezultate), ali primjena linearnih modela u mnogim slučajevima može biti prikladna te olakšati cjelokupni proračun. Pojednostavljeni postupak koji se preporučuje za modeliranje problema pomoću MKE prikazan je u Pomoći – F1.

Linearni modeli pružaju relativno brzu, ali ne i vrlo točnu procjenu stvarnog ponašanja materijala. Mogu se koristiti u slučajevima kada nas zanima samo naprezanje ili deformacija mase tla, ali ne i u području i modu potencijalnog otkazivanja. Također se mogu koristiti u slučajevima kada se razvija samo lokalno otkazivanje, koje nema temeljni utjecaj na razvoj globalnog otkazivanja, ali može rezultirati prijevremenim prekidom proračuna u programu (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Grupa linearnih modela se sastoji od:

- **elastični model:** Koristi relacije pretvorbe između naprezanja i deformacija prema Hookeovom zakonu (unutar okvira linearne elastičnosti).
- **modificirani elastični model:** Omogućuje uključivanje utjecaja dodatnog opterećenja ili rasterećenja u proračun, koristeći sekantni modul elastičnosti E_{def} i modul za rasterećenje/ponovno opterećenje E_{ur} .

Međutim, ako pokušavamo dobiti uvjerljiv opis ponašanja mase tla ili ako nas zanima raspodjela područja potencijalnih otkazivanja, potrebno je usvojiti nelinearne modele. Osnovni nelinearni modeli mogu se ponovno podijeliti u dvije skupine. Prva skupina modela temelji se na klasičnom Coulombovom uvjetu otkazivanja. U ovu skupinu spadaju **Drucker-Prager**, **Mohr-Coulomb** i **modificirani Mohr-Coulomb modeli**. Korištenjem ovih modela moguće je modelirati i očvršćivanje ili omekšavanje tla. Zajednička karakteristika ovih modela je neograničena elastična deformacija pod pretpostavkom geostatskog naprezanja (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Drugu skupinu materijalnih modela, koja se temelji na pojmu kritičnog stanja tla, predstavljaju **modeli modificiranog Cam-clay**, **generaliziranog Cam-clay** i **hipoplastične gline**. Ovi modeli pružaju znatno bolju sliku nelinearnog odgovora tla na vanjska opterećenja. Pojedinačni materijalni modeli razlikuju se ne samo u svojim parametrima, već i u pretpostavkama koje se uzimaju u obzir.

Granica između linearnog (elastičnog) i nelinearnog (plastičnog) odgovora materijala oblikovana je površinom plastičnosti. Matematički izraz površine plastičnosti predstavlja određeni uvjet otkazivanja (funkcija plastičnosti). Prekoračenje ovog uvjeta dovodi do razvoja trajnih (nepovratnih) plastičnih deformacija.

*Napomena: Osim osnovnih parametara materijala koji se koriste za linearne modele, nelinearni modeli zahtijevaju uvođenje određenih karakteristika čvrstoće tla, koje su nužne za formulaciju uvjeta popuštanja. **Početak razvoja plastične deformacije** ovisi o vrijednosti kuta unutarnjeg trenja φ i koheziji c . Kut dilatancije ψ kontrolira veličinu plastične volumetrijske deformacije (za više informacija posjetite Pomoć – F1).*

Odabir odgovarajućeg modela materijala za proračun geotehničkih konstrukcija prvenstveno ovisi o karakteru tla ili stijenskog okruženja. U procesu sveobuhvatnog modeliranja složenijih problema, temeljenom na Metodi konačnih elemenata, odabir numeričkog modela ima ključan utjecaj na definiranje ulaznih podataka i procjenu rezultata proračuna.

Rad s granicama, dimenzijama modela

Detaljan opis rada s definiranim pojedinačnim granicama prikazan je u pomoći programa (vidi F1). Ulazni podaci ključni za numeričke proračune pomoću metode konačnih elemenata (MKE) su takozvane svjetske koordinate (koje definiraju veličinu područja koje se rješava). Posebno za proračune stabilnosti, potrebno je osigurati dovoljno veliko područje (širinu granica) kako bi se dobili smisleni rezultati.

Napomena: Dubina mreže konačnih elemenata također je vrlo važna. Kraj mreže može se vizualizirati kao nestišljiva podloga. Ako za određeni geološki profil nije specificirana nestišljiva podloga, može se pretpostaviti da će unutarnje sile nestati na određenoj udaljenosti od točke opterećenja ili od kontakta konstrukcije s podlogom; stoga neće doći do deformacija. Svjetske granice rješavanog problema potom se definiraju na ovoj udaljenosti (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

*Granica se može uvesti iz drugih programa GEO 5 programa koristeći međuspremnik. Program također omogućuje uvoz i izvoz granica u *DXF formatu te uvoz granica u gINT formatu. Kako bi se pojednostavila specifikacija točaka granica (geometrije), moguće je koristiti takozvani korektor granica (za više informacija posjetite Pomoć – F1).*

Generiranje mreže

Uspješno generiranje mreže posljednji je korak u procesu postavljanja topologije konstrukcije (granice između slojeva tla, linije konstrukcija, parametri tla i stijena, kontakti itd.). Pojedinačne faze gradnje modeliraju se i proračunavaju naknadno. Prilikom generiranja mreže, program automatski generira i *standardne rubne uvjete*. Standardno postavljanje rubnih uvjeta sadrži:

- glatku osovinu na čvorovima mreže koji se nalaze duž horizontalnog donjeg ruba,
- kliznu osovinu na čvorovima mreže duž lijevog i desnog vertikalnog ruba.

GEO 5 – MKE program ima ugrađeni *automatski korektor navedene geometrije*. To znači da program sam pronalazi presjeka linija i svih zatvorenih površina te razvija odgovarajući model prije generiranja mreže konačnih elemenata (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Novo razvijena područja se mogu kasnije ukloniti iz proračuna ili im se mogu dodijeliti novi tipovi tla. Korisnik će posebno primijetiti glavne prednosti ovog sustava prilikom proračuna tunela i poduprtih konstrukcija. Specifikacija čak i vrlo složene konstrukcije postaje vrlo jednostavan i brz proces (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Ispravno generirana mreža konačnih elemenata osnovni je uvjet za dobivanje rezultata koji se odnose na stvarno ponašanje konstrukcije. GEO 5 – MKE program ima ugrađeni automatski generator mreže, što značajno pojednostavljuje ovaj zadatak. Unatoč tome, potrebno je pridržavati se određenih pravila:

- Što je mreža gušća, to su rezultati točniji. S druge strane, proračun problema postaje znatno sporiji. Cilj je, stoga, pronaći optimalnu gustoću mreže. Ona ovisi kako o iskustvu korisnika, tako i o korištenim konačnim elementima.
- Mreža elemenata trebala bi biti dovoljno gusta, posebno u područjima gdje se mogu očekivati veliki gradijenti naprezanja (točkasti oslonci, oštri kutovi, podzemna iskopavanja itd.). Potrebno je izvršiti uglađivanje mreže oko pojedinačnih točaka ili linija. Radijus za uglađivanje gustoće mora biti najmanje 3 do 5 puta veći od gustoće u centru uglađenja, a obje vrijednosti (gustoća i radijus) moraju biti u razumnom odnosu prema gustoći mreže propisanoj za okolno područje. Na taj način osigurat će se gladak prijelaz između područja različite gustoće.

Napomena: Singularne linije također se moraju obrađivati na sličan način. U slučajevima složenijih problema preporučuje se izvršiti preliminarni proračun mreže konačnih elemenata i na temelju proračuna generiranih rezultata provesti lokalno zaglađenje gustoće mreže (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Program koristi trokutaste elemente sa šest čvorova s automatskim zaglađivanjem mreže prema zadanim postavkama (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Faza izgradnje

Kada su specifikacija topologije konstrukcije i generiranje mreže konačnih elemenata završeni, provode se proračuni za pojedinačne faze izgradnje.

Faze izgradnje odgovaraju postupnoj izgradnji konstrukcije, a ispravna specifikacija i redoslijed su vrlo važni. Proračun svake faze (s iznimkom proračuna stabilnosti) temelji se na **rezultatima prethodne faze**. Informacije o pojedinim građevinskim objektima i njihovim svojstvima održavaju se između faza gradnje. Pravilo nasljeđivanja svojstava primjenjuje se između faza izgradnje prilikom uređivanja ili specifikiranja faze (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Prva faza izgradnje (**proračun primarnog geostatskog naprezanja**) predstavlja početno stanje masiva prije početka gradnje. Iz tog razloga, rezultat proračuna odnosi se na naprezanje u masi tla ili stijene, a ne na deformacije.

Napomena: Glavni problem MKE proračuna obično leži u nekonvergenciji nekih od faza izgradnje. Ako rezultati jedne faze nisu dostupni, proračun sljedeće faze nije moguć. Što se tiče ispravnog modeliranja, autori programa preporučuju pridržavanje preporučenog postupka za modeliranje građevinskog procesa (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Postavke proračuna i opis

Tijekom proračuna, program nastoji pronaći (iterirati) rješenje pri kojem su ispunjeni uvjeti ravnoteže u masivu za specificirane rubne uvjete. Proces iteracije i konvergencija proračuna mogu se pratiti na ekranu (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Proračun se može prekinuti u bilo kojem trenutku; u tom slučaju rezultati su dostupni za posljednju uspješnu konvergenciju povećanja opterećenja. Ispravni rezultati mogu se dobiti kada se postigne 100 posto. Međutim, može se dogoditi da proračun dosegne samo određeni postotak opterećenja, što znači da program nije uspio pronaći ispravno rješenje i proračun ne konvergira (za više informacija posjetite Pomoć – F1). U tom slučaju, moguće je promijeniti postavke parametara standardnog proračuna ili izvršiti neke modifikacije modela:

- povećati krutost konstrukcije,
- reducirati nanešena opterećenja,
- reducirati područje iskopa tla,
- poboljšati karakteristike tla,
- promijeniti model materijala tla na područjima plastičnosti,
- dodati gredne elemente ojačanja ili vlačne elemente,
- dodati rubne uvjete,
- promijeniti tijek iteracije u postavkama proračuna (npr. povećati broj iteracija).

Napomena: Vizualizacija plastičnih deformacija koja prikazuje kritične lokacije s očekivanim razvojem površina otkazivanja može vam pomoći da shvatite zašto proračun ne konvergira (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Program pruža zadani skup parametara proračuna koji osiguravaju dovoljnu točnost i brzinu. Međutim, iskusni korisnik može željeti promijeniti određene parametre ili ispitati njihov utjecaj na točnost proračuna (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Napomena: Autori programa preporučuju da se svim promjenama u postavkama parametara proračuna pristupa s velikom pažnjom, nakon temeljitog proučavanja problema. Neispravno odabrane postavke mogu uzrokovati ne samo netočnu iteraciju rješenja i znatno sporiji proračun, već i netočne rezultate (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Moguće je promijeniti sljedeće parametre u prozoru "Settings" u fazi proračuna:

- **metoda rješavanja (i njene postavke):** Newton-Rapshon metoda – NRM,
Arc-length metoda – ALM.
- **matrica krutoti:** metoda inicijalnih naprezanja; potpuna ili modificirana NRM.
- **početni korak proračuna:** omjer između opterećenja u određenoj fazi opterećenja i propisanog ukupnog opterećenja (vrijednost standardnog postavka je 25 posto ukupnog opterećenja).
- **maksimalni broj iteracija:** za postizanje ravnoteže unutar okvira danog inkrementa opterećenja.
- **kriterij konvergencije:** postavljanje tolerancije greške (promjene u standardu vektora) za pomake, nebalansirane sile i unutarnju energiju.
- **metoda pretraživanja linija:** određivanje koeficijenta težine η za ispunjavanje uvjeta ravnoteže, što rezultira ubrzanjem ili usporavanjem procesa proračuna.
- **plastičnost:** postavljanje tolerancije za pogrešku u povratku na površinu popuštanja, koja izražava točnost potrebnu za ispunjavanje uvjeta popuštanja.

Napomena: Pojedinačne postavke proračuna, uključujući osnovne jednadžbe za ispunjavanje uvjeta ravnoteže ili uvjeta popuštanja, detaljnije su opisane u pomoći programa (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Vizualizacija i interpretacija rezultata

Vizualizacija i interpretacija rezultata jedan su od najvažnijih dijelova programa. GEO 5 – MKE program omogućuje nekoliko osnovnih vrsta grafičkih izlaza:

- prikaz deformirane konstrukcije
- ravninska reprezentacija količina u masi tla (moguće je prikazati apsolutne vrijednosti ili vrijednosti u usporedbi s drugom fazom izgradnje)
- unutarnje sile u gredama i na kontaktima
- sile u sidrima i reakcije
- slijeganje
- nagnuti poprečni presjeci ili vektori i smjerovi količina

Napomena: Program koristi određene koordinatne sustave za prikaz rezultata. Svi izlazi i odabrani rezultati mogu se ispisati u protokolu proračuna (za više informacija posjetite Pomoć – F1).

Neki rezultati se ne mogu prikazivati istovremeno zbog potrebe za jasnoćom i razumljivošću. Na primjer, nije moguće istovremeno prikazati deformiranu konstrukciju i raspodjelu unutarnjih sila duž grede. Uvijek je potrebno odabrati samo jednu opciju. Program daje upozorenje na dnu dijaloškog prozora ako su postavljene nedopuštene kombinacije izlaznih podataka.

Program omogućuje postavljanje proizvoljnog broja točkastih i linijskih monitora na bilo kojem mjestu konstrukcije ili izvan nje. **Monitori** imaju nekoliko funkcija:

- vizualizacija vrijednosti količina na određenoj točki (točkasti monitor),
- vizualizacija vrijednosti razlike na udaljenosti između dviju točaka u usporedbi s prethodnom fazom izgradnje $d [N]$ ili u usporedbi s fazom postavljanja gdje je N broj faze gradnje (linijski monitor).

Popis poglavlja koje se odnose na MKE

- *Poglavlje 20:* Metoda konačnih elemenata (MKE) – Uvod.
- *Poglavlje 21:* Proračun slijeganja terena.
- *Poglavlje 22:* Proračun slijeganja kružnog silosa.
- *Poglavlje 23:* Proračun obloge za skupljanje vode.
- *Poglavlje 24:* Numeričko rješenje za konstrukciju zagatne stijene.
- *Poglavlje 25:* Procjena stabilnosti kosine.
- *Poglavlje 26:* Numeričko modeliranje iskopa tunela prema NATM metodi.
- *Poglavlje 32:* Proračun procjeđivanja u stanju mirovanja – zemljana brana.
- *Poglavlje 33:* Proračun protoka u stanju gibanja – zemljana brana.
- *Poglavlje 34:* Elastične regije (regije bez plastičnosti)
- *Poglavlje 35:* Regije bez redukcije (MKE stabilnost kosina)
- *Poglavlje 37:* Nasip – vremenski razvoj slijeganja (konsolidacija)